

文章编号: 1000-8055(2009)08-1741-06

一种应用滑动最小二乘求取压气机特性的方法

杨欣毅, 沈 伟, 刘海峰, 董可海

(海军航空工程学院 飞行器工程系, 烟台 264001)

摘 要: 发动机性能仿真需要对压气机等部件特性进行离散和插值计算, 通常低转速范围的特性还需要外推. 对此提出改进, 用三维曲面代替转速线表达压气机特性. 从某小流量发动机起动加速试验数据中提取压气机低转速特性数据. 以这些数据 and 已知特性数据为依据, 利用滑动最小二乘法拟合计算获得压气机特性曲面. 该方法能够获得全部转速范围内的压气机特性, 精度高, 且不需插值计算, 非常适用于发动机起动加速过程的仿真计算.

关 键 词: 滑动最小二乘法; 航空发动机; 压气机; 部件特性

中图分类号: V231.3

文献标识码: A

Compressor characteristics generation method using moving least square

YANG Xin-yi, SHEN Wei, LIU Hai-feng, DONG Ke-hai

(Department of Aircraft Engineering,

Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: Compressor characteristics maps need to be interpolated and dispersed during gas turbine engine performance simulation. Meanwhile the maps usually need to be extrapolated as the characteristics data of low rotational speed are absent. An improved method of using dimensional surface to illustrate compressor characteristics instead of rotational speed lines was proposed. Characteristics data were calculated from start-up test results of a small gas turbine engine. Based on these data and the known characteristics data from the original map, a characteristic curve was generated using moving least square (MLS). The generated curve covers all the operational range and has a high degree of accuracy. It is very suitable for performance simulation as it need no interpolation.

Key words: moving least square (MLS); aero engine; compressor; component characteristics

压气机特性是决定航空发动机性能仿真精度的一个重要因素. 大多数压气机的特性图只提供较高转速的特性数据, 转速线不能覆盖压气机全部工作范围, 尤其是低转速区. 为进行发动机的起动过程工作过程仿真就必须对压气机低转速特性进行外推. 另外特性图中已知的转速线所对应的转速是固定的, 仿真过程还必须对特性图进行网格离散和插值运算, 增加了仿真的计算量.

为得到低转速范围的压气机特性, Agrawal, Kurzke^[1-2]等提出通过修正系数 k 对雷诺相似准则进行修正, 以压气机质量守恒方程为基础直接得出相似工况下压气机特性的关系式. Wayne^[3]利用不可压条件下的相似理论, 通过改变相似准则的指数考虑到空气可压性的影响, 提出了一种新的用于发动机部件低状态特性预测的指数模型. 这类方法直接利用雷诺相似准则外推非设计

收稿日期: 2009-04-06; 修订日期: 2009-06-06

作者简介: 杨欣毅(1978-), 男, 辽宁葫芦岛人, 讲师, 硕士生, 主要研究领域为航空发动机性能仿真.

转速下的特性线,并用修正系数对相似准则进行修正.但由于工质的可压缩性,不同转速的相似工况与雷诺相似条件存在偏差,雷诺外推法在低转速可压缩工质计算中存在明显的局限性. Kong^[4-5]等人结合部分试验数据用三阶多项式拟合转速曲线,多项式系数利用遗传算法求解. K. Ghorbanian 和 M. Gholamrezaei^[6-7]利用多种神经网络方法对压气机特性曲线进行了拟合,精度较高.并且提出的 MLP(multi layer perceptron 多层感知器)方法还可进行压气机特性的表达方式对所描述对象输入输出变量之间的关系缺乏很好的解释,并且需要较大的数据作为训练样本,存在泛化能力不足的问题.

上述各种研究都是沿用了传统的二维压气机特性图的表达方法,这种表示方法将转速离散为几个固定值,在每个定值下,特性与流量构成转速曲线.然而根据压气机特性的定义:压气机增压比和效率实际上均是流量和转速的二维函数,用图形表示应为三维空间中的曲面.本文提出一种求取压气机特性的新方法,该方法利用已知特性的数据点以及从试验数据中计算得到的低转速数据为基础建立压气机特性模型.模型将增压比和效率特性表示成流量和转速的曲面形式,更加符合压气机特性的定义.并且对于任意转速、流量的特性值无需插值计算,更适用于发动机性能仿真.曲面的生成采用了滑动最小二乘法(moving least square,简称MLS).滑动最小二乘法是一种基于点的近似方法,它的拟合函数采用随坐标变化的系数向量来代替传统最小二乘法的固定系数,因此不存在对复杂、离散数据量的分段(分块)拟合和平滑化等问题.通过取不同阶的基函数以获得不同的精度,取不同的权函数以改变拟合曲线(曲面)的光滑度,减缓或解决传统曲线曲面拟合过程中存在的困难.采用滑动最小二乘法保证了拟合曲面的精度.而以发动机试验数据为基础保证低转速特性的有效性.

1 试验数据的提取

要想获得压气机具有一定精度的特性曲面必须首先获得在整个工作范围内的特性数据作为MLS曲面拟合的结点.以某小流量涡喷发动机的压气机特性为研究对象,该发动机提供了较高转速(69%以上)的压气机特性,可从已知部分转速线上直接提取数据点作为曲面拟合的部分结点,因此问题的关键就是如何获得低转速的特性数

据点.

图1和图2为发动机在高空台分别模拟0 km和3.18 km的工作线,从图中不难发现在不同高度和环境条件下发动机的工作线在压气机特性图上的轨迹是不同的.受此启发,如果从每条不同的工作线上找到某确定的低转速所对应的点,如果工作线足够多,将这些点在压气机特性图上连接起来即构成了该低转速的转速线.然而由于时间和经费的限制,对发动机的进行的试验数量是有限的,这些点数量有限并且无法保证均匀分布因此难以直接将数据点连接成准确的曲线形式.因此可以考虑以这些数据点为基础利用MLS获得以曲面形式表示的压气机特性.由于这些点是从原有特性图或者试验结果中获得的,从而保证了特性曲面拟合的有效性.

选取该发动机在地面和高空台模拟0,1.5,2 km和3.18 km的4组试验数据作为计算的基础,这些数据中包括转速、压气机出口总温、总压,来流马赫数等参数随时间变化曲线.

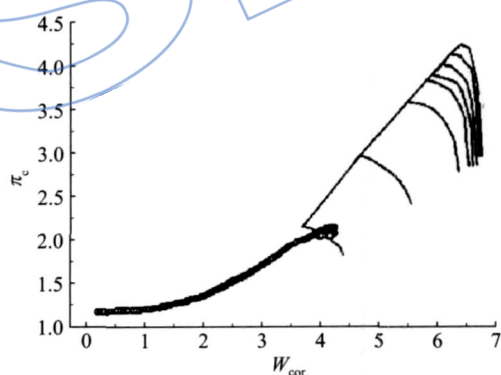


图1 高空台模拟0 km的起动加速工作线
Fig. 1 Start-up operation line of altitude test
($H=0$ km)

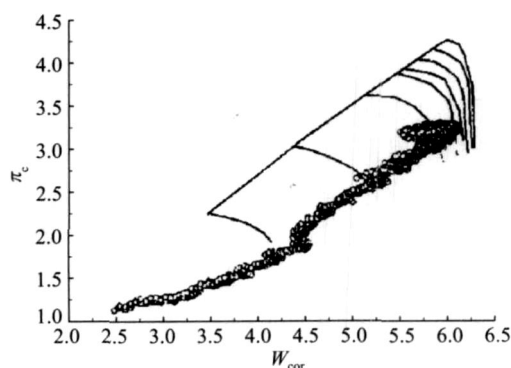


图2 高空台模拟3.18 km的起动加速工作线
Fig. 2 Start-up operation line of altitude test
($H=3.18$ km)

对试验曲线进行处理,分别从这些试验曲线上找到换算转速为 50 %, 40 %, 30 %, 20 % 和 10 % 对应的实际转速,然后在曲线上确定该实际转速下所对应的压气机出口总温 T_{t2} 、出口总压 p_{t2} 、压气机进口总温 T_{t1} 和总压 p_{t1} . 利用马赫数和高空台模拟的高度计算. 根据以下公式计算压气机的换算转速、增压比、换算空气流量和效率

$$N_{cor} = N \sqrt{288.15 / T_{t1}} \tag{1}$$

$$\pi_c = p_{t2} / p_{t1} \tag{2}$$

$$W_{cor} = A p_{t1} \cdot$$

$$\sqrt{\frac{2K}{R T_{t1} (K-1)}} \left[\left(\frac{p_1}{p_{t1}} \right)^{\frac{2}{K}} - \left(\frac{p_2}{p_{t1}} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right] \tag{3}$$

$$\eta_{eff} = \frac{\left(\frac{p_{t2}}{p_{t1}} \right)^{\frac{K-1}{K}} - 1}{\left(\frac{T_{t2}}{T_{t1}} \right) - 1} \tag{4}$$

根据上述公式从试验数据中提取出来换算转速分别为 10 %~50 % 的部分增压比和效率数据如表 1 所示.

表 1 试验数据提取的部分数据

Table 1 Characteristics data calculated from test data

	$N_{cor} = 10 \%$		$N_{cor} = 30 \%$		$N_{cor} = 50 \%$	
	W_{cor}	π_c	W_{cor}	π_c	W_{cor}	π_c
1	0.49	1.02	2.01	1.13	3.34	1.45
2	0.41	1.03	1.68	1.15	3.32	1.51
3	0.39	1.03	1.61	1.21	3.23	1.58
4	0.37	1.04	1.57	1.23	3.18	1.61

对于特性图上已知的转速线,可将特性图离散化,在特性图上 6 条转速线上各选取 6 个数据点共 36 个数据点作为 MLS 曲面拟合的结点.

2 MLS 算法

滑动最小二乘是一种基于点的近似方法,具有拟合精度高,通用性强的特点.经典的最小二乘

法只在某些点上加权.加权的实质是为了消除实际值和拟合值之间的误差而添加的系数.虽然可以提高这些加权点的精度但会使其他点精度变差.滑动最小二乘法以某些点上的函数值拟合出近似函数,使其精确的通过每个已知点.从而克服经典最小二乘法在拟合中的不足^[8].滑动最小二乘法实质是“方差泛函极小化序列与最小二乘法”.方差泛函是指平方残差(拟合值和实际值之差)泛函,方差泛函极小化序列中的方差泛函变分原理是关于泛函极值问题,泛函取极小值问题的充要条件是泛函一次变分等于零^[9].

设计算区域内拟合函数为

$$\sigma(z) = [x, y]^T \tag{5}$$

其中 x, y, z 为计算区域的坐标变量,设在 n 个结点 $z_i = (x_i, y_i)$ 有已知的实测值,分别为

$$\sigma_i = \sigma(x_i, y_i) \quad (i = 1, 2, \cdots, n).$$

用矢量形式可表示为

$$\sigma = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \cdots \ \sigma_n]^T \tag{6}$$

设拟合函数可近似表示为

$$\sigma(z) = [b_1(z) \ b_2(z) \ \cdots \ b_m(z)] \cdot$$

$$\begin{Bmatrix} \lambda_1(z) \\ \lambda_2(z) \\ \vdots \\ \lambda_m(z) \end{Bmatrix} = b^T(z) \lambda(z) \tag{7}$$

其中 $b_i(z)$ 为 m 个线性无关的基函数,且 $b_1 = 1$, $b(z)$ 为由这些基函数组成的 m 维函数矢量; $\lambda(z)$ 为 m 维系数矢量,是待求的.与经典的拟合方法不同,这里的待定系数 $\lambda(z)$ 是随着域内变量 z 变化的.首先固定一点 $\hat{z}$,称为估值点.研究在这点邻域内的局部近似

$$\sigma_{(\hat{z})}(z) = b^T(z) \lambda(\hat{z}) \tag{8}$$

所要求的近似函数与真实函数在已知的 n 个实测点上的加权平方范数最小,即

$$G[\lambda(\hat{z})] = [B\lambda(\hat{z}) - \sigma]^T W(\hat{z}) [B\lambda(\hat{z}) - \sigma] \rightarrow \min \tag{9}$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} b^T(z_1) \\ b^T(z_2) \\ \vdots \\ b^T(z_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1(z_1) & b_2(z_1) & \cdots & b_m(z_1) \\ b_1(z_2) & b_2(z_2) & \cdots & b_m(z_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1(z_n) & b_2(z_n) & \cdots & b_m(z_n) \end{bmatrix}_{n \times m} \tag{10}$$

$$W(\hat{z}) = \begin{bmatrix} w_1(\hat{z} - z_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_n(\hat{z} - z_n) \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (11)$$

由于基函数 $b_i(z)$ 是已知的,测值点场坐标 z_i 是已知的,因此矩阵 B 是由确定数值元素构成的. 权矩阵 W 是对角矩阵,它的元素 $w_i(\hat{z} - z_i)$ 是非负的可导函数. 为减少计算量,结点权函数只在其影响区域 $B(z_i)$ 内非零,即

$$w(z) = \begin{cases} \geq 0 & \forall x \in B(z_i) \\ = 0 & \text{if not} \end{cases} \quad (12)$$

由前面的分析,为使式(5)成立,有

$$\frac{\partial G}{\partial \lambda(\hat{z})} = 0$$

得

$$B^T W(\hat{z}) B \lambda(\hat{z}) = B^T W(\hat{z}) \sigma \quad (13)$$

可解出

$$\lambda(\hat{z}) = [B^T W(\hat{z}) B]^{-1} B^T W(\hat{z}) \sigma \quad (14)$$

将式(10)代回到式(5),得到在估值点 $\hat{z}$ 附近的近似函数为

$$\sigma_{(\hat{z})}(z) = b^T(z) [B^T W(\hat{z}) B]^{-1} B^T W(\hat{z}) \sigma \quad (15)$$

对每一个估值点 $\hat{z}$ 必须确定一个相应的系数矢量 $\lambda(\hat{z})$,这是因为权矩阵在数值上随估值点的不同而变化. 现在使 $\hat{z}$ 成为计算区域内的任意一点,即 $\hat{z}$ 可用 z 代替,则得到全局滑动最小二乘法的近似函数为

$$\sigma(z) = b^T(z) [B^T W(z) B]^{-1} B^T W(z) \sigma \quad (16)$$

如果 $W(z)$ 是常数矩阵,式(16)是一个经典的、非活动的、加权最小二乘法的近似函数. 由于权函数是非线性函数,该式不能表述为一个解析函数,只能用数值方法求解.

本文采取高斯权函数,其形式如下:

$$\begin{cases} w_G(s \leq 1) = \frac{e^{-s^2/\alpha^2} - e^{-1/\alpha^2}}{1 - e^{-1/\alpha^2}} \\ w_G(s > 1) \end{cases} \quad (17)$$

式中的指数 α 通常取 4, s 是 z 与结点 i 的相对距

$$离 s = \frac{\|z - z_i\|}{D}$$

3 压气机特性曲面拟合和结果分析

以所获得的压气机特性数据点作为已知结

点,利用 MLS 方法拟合出覆盖完整工作范围的特性曲面.

3.1 对计算区域的调整

压气机特性的计算区域是以换算流量 W_{cor} 和换算转速 N_{cor} 为坐标的平面域. 由图 3 可以看出,

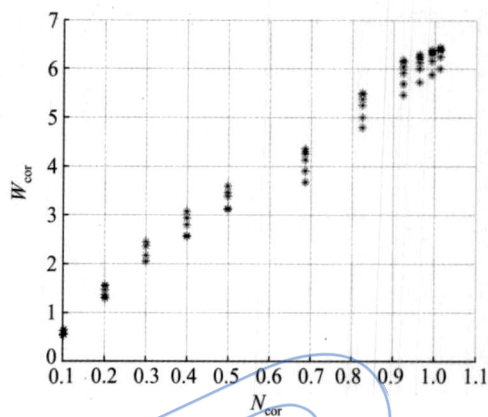


图3 结点在调整前的计算区域分布图

Fig.3 Domain nodes distribution before adaption

这些数据点的流量分布十分不均匀,都集中在图的对角线附近. 验算证明这样的数据分布会大大增加拟合结果的误差,严重影响曲面拟合的精度. 为使数据点分布尽量均匀对实际的域需要进行调整. 其中横坐标对应于固定的转速,不需要调整,只需要对纵坐标按照下式进行转换:

$$\overline{W_{cor}} = \frac{\arctan \frac{W_{cor}}{N_{cor}} - \min \left\{ \arctan \frac{W_{cor}}{N_{cor}} \right\}}{\max \left\{ \arctan \frac{W_{cor}}{N_{cor}} \right\} - \min \left\{ \arctan \frac{W_{cor}}{N_{cor}} \right\}} \quad (18)$$

图 4 为转换后的结点在计算区域的分布图. 同转

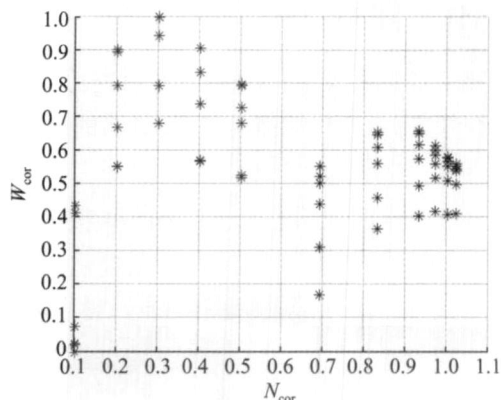


图4 结点在调整后的计算区域分布图

Fig.4 Domain nodes distribution after adaption

换前的计算区域相比,转换后的结点在域内分布更加均匀.现在求取压气机特性就转化为在调整后的计算区域内,利用已知的结点对增压比和效率特性曲面的拟合过程.

3.2 压气机特性曲面拟合

本文选取基函数为

$$b(z) = [1 \ x \ y \ x^2 \ xy \ y^2 \ x^3 \ x^2y \ xy^2 \ y^3]^T$$

利用所编制的MLS计算程序和特性数据对压气机的特性进行计算获得在整个工作范围内的增压比特性曲面.图5为已知结点在空间的分布,图6是以这些结点为依据,利用MLS所得到的增压比空间拟合曲面.

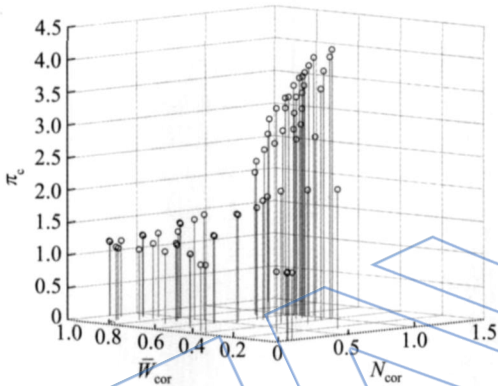


图 5 已知结点在空间分布图
Fig. 5 Domain nodes dimensional distribution

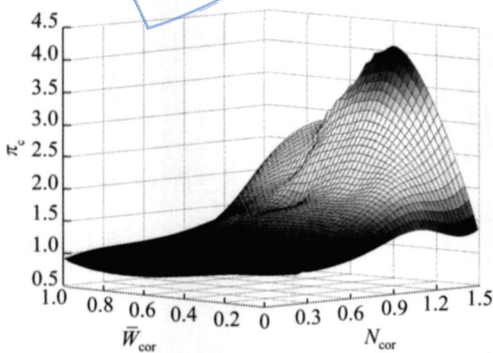


图 6 压气机增压比特性的空间拟合曲面
Fig. 6 Fitted surface of compressor pressure ratio

为了便于对所提出的方法计算精度进行分析,将压气机特性由三维曲面其转换为为传统平面特性图,并与已知的部分数据相比较如图7所示.

示.由图可见,计算得到增压比特性曲线与已知的特性十分吻合.

为评估模型的计算精度,定义增压比特性平均误差为

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\pi_c'(z_i) - \pi_c(z_i)}{\pi_c(z_i)} \right| \tag{19}$$

其中 $\pi_c'(z_i)$ 是在结点 z_i 处计算得到的增压比值, $\pi_c(z_i)$ 是该结点的已知的增压比值.经过计算,所有结点的增压比平均误差为 4.9763×10^{-7} ,其中对于由试验获得的所有特性结点(转速范围在10%~50%),其平均误差为 4.7947×10^{-7} ,而对于转速范围在69%~102%的所有已知特性结点,平均误差为 5.0683×10^{-7} .从计算结果来看,平均误差的值都很小,这说明所获得压气机特性具有很高的精度.

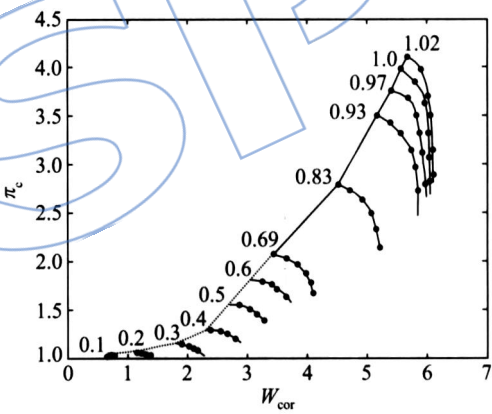


图 7 由拟合曲面转换得到的增压比特性图
Fig. 7 π_c map generated from the fitted surface

另外,不同于传统平面图,用曲面表示的压气机特性不需要进行插值计算.对于任意换算转速和流量所对应的增压比均可直接用所编制MLS程序计算得到.为验证特性曲面的有效性,利用压气机特性曲面数据计算60%换算转速对应的转速线,与试验数据相比(如图7所示),曲线和试验数据点基本吻合.4个数据点的平均误差为0.00427.说明所获得的增压比特性曲面在工作范围内的任意转速都有较高的精度.

利用同样的方法可以获得其效率特性曲面,将其转化成平面图并与已知的特性数据相比较如图8所示.

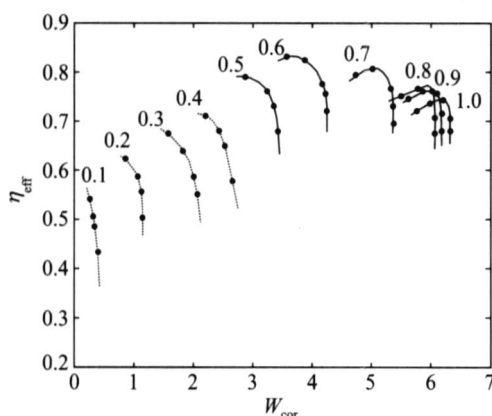


图8 由拟合曲面转换得到的效率特性图

Fig.8 Efficiency map generated from the fitted surface

4 结 论

针对传统压气机特性的难以全面体现所有转速下的特性值并且通常缺乏低转速范围的数据,提出一种利用MLS求取压气机特性的新方法.将压气机特性平面图转换为空间曲面形式,以试验数据为基础,应用MLS进行拟合得到某涡喷发动机压气机的特性曲面.结果表明计算得到的特性曲面精度很高,并且以实际的试验数据为依据保证了所获得低转速范围特性的有效性同时避免了对低转速特性进行外推的工作.由该特性曲面可以获得任意转速和流量对应的增压比或效率特性值,而不需插值计算,可以提高发动机性能仿真运算速度.该方法为在缺乏专用的压气机特性试验台的情况下获取压气机低转速特性提供了一个新的思路,所提的方法具有较高的工程应用价值.

参考文献:

- [1] Agrawal R K, Yunis M. A generalized mathematical model to estimate gas turbine starting characteristics [J]. Transactions of the ASME, 1982, 104(1): 194-201.
- [2] Kurzke J. How to get component maps for aircraft gas turbine performance calculations [R]. ASME Paper 96-GT-164, June 1996.
- [3] Sexton W R. A method to control turbofan engine starting by varying compressor surge valve bleed [D]. Virginia, U. S.: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2001:14-46.
- [4] Kong C, Kho S, Ki J. Component map generation of a gas turbine using genetic algorithms [R]. ASME Paper GT2004-53736, July 2004.
- [5] Kong C, Ki J. Component map generation of a gas turbine using genetic algorithms [J]. Transactions of the ASME, 2007, 129(4): 92-96.
- [6] Ghorbanian K, Gholamrezaei M. Axial compressor performance map prediction using artificial neural network [R]. Montreal, Canada: ASME Turbo Expo., GT2007-27165, 2007.
- [7] Ghorbanian K, Gholamrezaei M. An artificial neural network approach to compressor performance prediction [J]. Appl. Energ., 2008, 85(6): 394-403.
- [8] Levin D. The approximation power of moving least-squares [J]. Math. Comput., 1998, 67(10): 1517-1531.
- [9] Most T, Bucher C. A moving least squares weighting function for the element-free Galerkin method which almost fulfills essential boundary conditions [J]. Struct. Eng. Mech., 2005, 21(3): 315-321.